

SEMAINE DES MATHS

Matériel :

- Vidéo du tour
- 1 dé
- 1 horloge

MAGIE MATHÉMATIQUE

- DÉ ET HORLOGE -

Comment faire le tour de magie

BUT :

Trouver la valeur du dé du spectateur.

TOUR :

1. Le magicien se place dos à l'horloge. Il ne regarde jamais ce que le spectateur fait pendant le tour.
2. Le magicien demande au spectateur de lancer le dé.
3. Le magicien demande au spectateur de choisir un nombre de 1 à 20.
N.B. Le spectateur ne dit pas le nombre qu'il a choisi au magicien.
4. Le magicien demande au spectateur de placer son doigt sur l'horloge à la valeur qu'il avait obtenu en lançant son dé.
5. Le magicien demande au spectateur de se déplacer sur l'horloge en sens **horaire** d'un nombre de fois égal au nombre qu'il a choisi. Le spectateur ne doit pas dire où il est arrivé sur l'horloge. Par contre, il doit se souvenir du résultat.
6. Le magicien demande au spectateur de retourner au nombre de son dé sur l'horloge. Il refait la même chose qu'à l'étape 5, mais cette fois-ci en sens **antihoraire**.
7. Le magicien demande au spectateur d'additionner les 2 nombres qu'il a obtenus et de lui dire le résultat.
8. Le magicien annonce la valeur du dé du spectateur.



EXPLICATION MATHÉMATIQUE

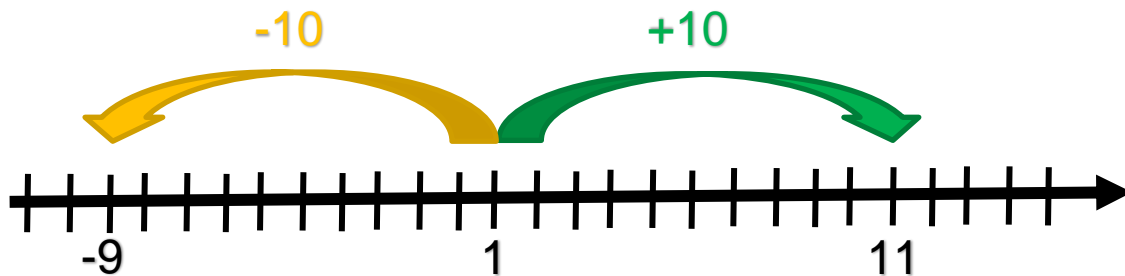


Voici pourquoi ce tour fonctionne.

Pour trouver le nombre du spectateur, le magicien utilise le concept de moyenne arithmétique.

En effet, le spectateur a parcouru la même distance de part et d'autre du nombre à trouver. Dans la vidéo, le spectateur se déplace de 10 positions dans le sens horaire et de 10 positions dans le sens antihoraire.

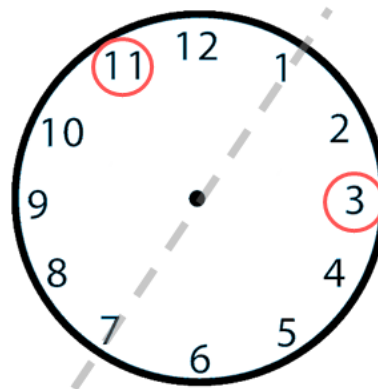
Peu importe le nombre que le spectateur choisit, il parcourt la même distance en sens horaire qu'en sens antihoraire. Pour mieux visualiser, plaçons-nous sur une droite :



Pour trouver le point qui est à égale distance entre -9 et 11, on doit trouver le **point milieu**. Ce point correspond à la **moyenne arithmétique**.

$$\frac{-9 + 11}{2} = 1.$$

Or, dans ce tour, nous ne sommes pas sur une droite, mais plutôt autour d'une horloge. Le même concept s'applique, mais avec une petite difficulté. Sur l'horloge, il y a toujours 2 choix possibles. Par exemple, dans la vidéo, les 2 nombres obtenus par le spectateur étaient 3 et 11.



Dans cette situation, deux nombres sont à la même distance du 3 que du 11. Il s'agit du 1 et du 7.

Dans le tour, la seule information fournie au magicien est la somme finale. Pour faire la moyenne, il doit donc simplement diviser la somme annoncée par 2. Dans cet exemple, la somme est de 14. La moyenne est donc 7. Or, le spectateur ne peut pas avoir obtenu 7 sur son dé à 6 faces.



EXPLICATION MATHÉMATIQUE



Comme mentionné plus haut, 7 est aussi une bonne réponse, mais ce n'est pas celle que nous recherchons. Pourquoi?

Que se passe-t-il lorsque nous effectuons un déplacement de 12 sur une horloge?

Un déplacement de 12 positions équivaut à un déplacement de 0. Par exemple, si nous sommes sur le 1 et que nous nous déplaçons de 12 positions, peu importe dans quel sens, nous serons à nouveau sur le 1. Ainsi, pour avoir la bonne valeur, si la somme annoncée par le spectateur est strictement supérieure à 12, il faut d'abord soustraire 12 puis calculer la **moyenne arithmétique**.

Pour trouver la valeur du dé du spectateur, le magicien a donc simplement fait les calculs suivants :

$$\frac{14 - 12}{2} = 1$$

Pour aller plus loin.

Le concept mathématique utilisé plus haut est celui de « modulo. »

Le modulo représente le **reste** de la division entière (aussi appelée division euclidienne). Par exemple, l'opération 16 « modulo » 3 est égale à 1. Si nous faisons la division entière de 16 par 3, nous aurons $16 = 3 \times 5 + 1$. De même, 7 « modulo » 2 est égal à 1.

Une horloge fonctionne en modulo 12. Lorsque la petite aiguille d'une horloge est sur le 12, où se trouvera-t-elle 1 heure plus tard? On pourrait dire qu'elle serait sur le 13, puisque $12+1=13$. Intuitivement, nous savons tous que c'est faux ! Elle se trouve sur le 1. Pourquoi? C'est parce que 13 « modulo » 12 est égal à 1.

Dans le tour, ce que le magicien doit faire est donc de prendre la somme du spectateur, d'y appliquer l'opération de « modulo » 12 et de diviser par 2.